建築環境工学 II（第2回目）［金曜日・08:40～10:10・中講義室2］

2024.10.04

環境共生学部・居住環境学専攻

辻原万規彦

第2回 換気の目的（教科書 pp.88～92）

◎ 空気環境の全体像

【1】どんな質の空気か？ ――①汚染物質の濃度の計算

（綺麗な空気／汚い空気）

空気を「かたまり」として捉える ――②身の回りの現象を考えてみる

→私達の生活にどんな影響を与えるか？

● つなぐためのキーワード

→換気回数，圧力（圧力差）

● つなぐための準備：流れに関する基礎式（流体力学）

【2】どんなふうに空気が動くか？ ――③自然換気→仕組みを理解したい

空気を「流れ」として捉える ――④機械換気→どんな方法があるか？

追加して，換気の注意点も考える（換気計画）

0 今日の内容

1 空気の質を考える際のポイント

- 参考資料1 換気回数のおおよその値
- 補足1 許容濃度の考え方
- 補足2 様々な物質の濃度と人間への影響について
- 補足3 濃度の話の前に，「変化の割合」について考えてみよう

2 空気中の物質の濃度の増減に関する基本的な考え方（定常状態）

- 補足4 濃度の単位について（ppm と%）

3 非定常状態での空気中の物質の濃度の増減

復習 定常：時間と共に変化しない状態（特殊だが扱いは簡単）

非定常：時間と共に変化する状態（よくあるが扱いは難しい）

- 参考資料2 微分方程式を解く過程
- 参考資料3 微分方程式を解くということについて，ほか

2024.10.04
環境共生学部・居住環境学専攻
辻原万規彦

1 空気の質を考える際のポイント

（1）空気を動かす目的（「気流速」＝「気流の速さ（速度）」，【参考】「気温」＝「空気の温度」）

①換気　　②通風

空気の質を改善　　温熱環境を改善

汚染物質を除去　　熱エネルギーを移動（涼しく!）

境界はあいまい!!

（2）空気の質のポイント

①どのくらいの量の空気が動くか？

1時間に部屋の空気が何回入れ換わるか？

→換気回数（法律上は 0.5 回/時間 以上必要）←部屋の容積（体積）に関係する

→**参考資料1**を参照

②どのような濃度に注目するか？

その濃度をこえると何らかの重大な問題（特に人の健康に害を与えるような問題）が生じてしまう濃度

→許容濃度（ある意味では，「我慢の限界」とも）

特に有害な物質の許容濃度について注意しておく

→**補足1**と**補足2**を参照

※①と②をつなぐキーワード：必要換気量

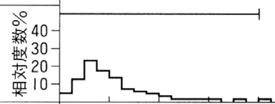
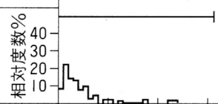
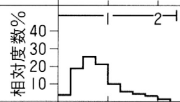
2024.10.04

環境共生学部・居住環境学専攻
辻原万規彦

参考資料1 換気回数のおおよその値：

換気回数は，和風木造住宅で，約3回/h 程度。高気密住宅ならば，機械換気設備を設置しないと，おおよそ 0.5 回/h 以下であり，0.1 回/h 程度となる場合もある（下の表を参照。下の表では，「換気回数」≒「換気率」である。）。

表 過去の換気量測定例（出典：参考文献［1］，p.132）

国	研究者	対象	測定法	換気率の範囲（度数分布） 1 2 3 4 5 回/h
日本	高津寄(1921)	自身の自宅（1軒）	CO_2濃度減衰法	1.50～2.70 回/h
	野村(1924)	代表的日本家屋（1軒）	同上	1.50～6.50
	大谷(1929)	立方体の住宅模型（7個）	同上	0.30～2.63
	勝田(1953)	RC 造集合住宅（1戸）	CO_2濃度減衰法と開口風量測定法	50 0.80～50
	池田ほか(1985)	代表的日本家屋（7軒）	CO_2濃度減衰法	0.50～3.60
	山本ほか(1987)	RC 造集合住宅（1戸）	同上	0.20～1.70
	池田ほか(1987)	プレハブ実験住宅（3軒）	同上	8 0.07～8.00
北米	Bahnfleth et al (1953)	実験住宅（2軒）	He 濃度減衰法	0.16～0.43
	Tamura et al (1964)	居住状態のカナダの住宅（2軒）	同上	0.06～0.63
	Tamura et al (1979)	居住状態のカナダの住宅（2軒，上記と同じ住宅）	同上	0.05～0.43
	Goldschmit et al (1979)	モービルホーム（2軒）	CO 濃度減衰法	0.10～2.00
	Grot et al (1979)	低所得者向け住宅（256軒）	濃度減衰法と減圧法	 0.25 以下～4.25
	Hollowell et al (1980)	省エネルギー住宅（数軒）		0.04～1.00
	Janssen et al (1980)	実験住宅（数軒）	トレーサーガス法	0.13～0.75
	Cole et al (1980)	カナダの実験住宅とプリンストンのダウンハウス		0.06～0.68
	Shaw (1981)	実験住宅（2軒）	トレーサーガス法	0.15～0.40
	Basset et al (1981)	同上。ただし上記とは異なる2軒の住宅。	CO_2およびSF_6濃度減衰法	0.20～1.10
	Moschandres et al (1981)	アメリカ各地の各種の住宅（50軒程度）		0.06～1.57
	Shaw et al (1982)	実験住宅（1軒）	SF_6濃度減衰法	0.17～0.40
	MacLaren Inc.	居住状態の家（12軒）	同上	0.13～0.78
	Persily (1983)	パッシブソーラーハウス（56軒）	濃度減衰法	 0.10 以下～3.20
	Doyle (1984)	住宅（58軒）	減圧法	0.30～2.30
	Nazaroff (1985)	床下空間を持つ住宅（2軒）	同上	0.30～0.65
北欧	Warren et al (1980)	住宅（25軒）	NO_2濃度減衰法	 0.21 以下～2.20
	Hildingson et al (1981)	スウェーデンの住宅（5,600軒）	濃度減衰法	0.17～1.20
	Liddament (1982)	スウェーデンの住宅（2軒）	同上	0.05～1.15
	同上	イギリスの住宅（3軒）	同上	0.10～1.70
	同上	スイスの住宅（1軒）	同上	0.20～0.40

1 2 3 4 5 回/h

2024.10.04
環境共生学部・居住環境学専攻
辻原万規彦

補足1　許容濃度の考え方（CO_2 を例に）

①前提：二酸化炭素 CO_2 は有害←濃度が高くなると頭が痛くなり，さらに濃度が高くなると意識を失って死に至る

②でも，二酸化炭素 CO_2 の濃度をゼロにするのは難しい（費用対効果の問題もあり）

③現実には，重大な問題が生じない濃度以下にすることを考える

例）人間の健康に害を及ぼさない程度（生理的な問題）の濃度以下にすればよいのはないか

→厳しめに考えると，人間が一生吸い続けたとしても問題のない濃度ではどうか（あくまで例だが）

※許容濃度にもいろいろなタイプのものがある

④では，その濃度以下に保つためにはどうするか？

どのくらい換気するか？
どのくらい薄めるか？

←→ バランスが大切

温熱環境への影響は？
※気密の話を思い出す
換気をすればエネルギーの面では無駄になる可能性も（省エネではなくなる）

補足2　様々な物質の濃度と人間への影響について

→どんな意味を持つ濃度なのだろうか？

①室内空気中化学物質の室内濃度**指針値**（厚生労働省による）

ホルムアルデヒド：0.08ppm　　※単位については**補足3**を参照

この場合の**指針値**とは，「人がその化学物質の示された濃度以下の曝露を**一生涯**受けたとしても，健康への有害な影響を受けないであろうとの判断によって設定された値」

②建築物環境衛生管理基準

空気調和設備を設けている場合は，居室において，次の基準におおむね適合するように，空気調和設備の維持管理に努める必要がある。

二酸化炭素 CO_2 の基準：1000ppm（0.1%）以下

一酸化炭素 CO の基準：10ppm 以下

③二酸化炭素 CO_2 の人間への影響

二酸化炭素 CO_2 の濃度が 10%のガスを呼吸した場合，数分で意識を失う可能性があるといわれている。20%では，曝露時間にかかわらず，筋肉のけいれんや硬直を引き起こすと言われている。

注）教科書 p.91 の「居室の二酸化炭素の許容濃度：1,000ppm（0.1%）」との違いに注意。次の頁の表3を参照。

④『建築環境工学用教材 環境編』（日本建築学会編，日本建築学会発行）に掲載されたデータ

表1 二酸化炭素濃度 CO_2 の健康影響

濃度（％）	影響
0.1	呼吸器・循環器・大脳などの機能に影響がみられる（Eliseeva説）
4	耳鳴り・頭痛・血圧上昇などの徴候が現れる（Lehmann説）
8～10	意識混濁・けいれんなどを起こし呼吸が止まる（Lehmann説）
20	中枢障害を起こし生命が危険となる（Lehmann説）

表2 一酸化炭素 CO の健康影響

濃度（ppm）	暴露時間	影響
5	20min	高次神経系の反射作用の変化
30	8h以上	視覚・精神機能障害
200	2～4h	前頭部頭重，軽度の頭痛
500	2～4h	激しい頭痛，悪心・脱力感・視力障害・虚脱感
1 000	2～3h	脈はくこう進，けいれんを伴う失神
2 000	1～2h	死亡

一酸化炭素による中毒のじょ限度は，濃度・曝露時間・作業強度・呼吸強度・個人の体質の差などで，それを設定することは難しいが，Hendersonによれば，

濃度（ppm）×時間（h）＜600

であるといわれる。

※「じょ限度」は，「許容度」とほぼ同じ意味と考えてよい

表3 空気汚染の指標としての二酸化炭素 CO_2 濃度

濃度（％）	意味
0.07	多数継続在室する場合のじょ限度（Pettenkopfer説，燃焼器具を使用しない場合）
0.10	一般の場合のじょ限度（Pettenkopfer説，燃焼器具を使用しない場合）
0.15	換気計算に使用されるじょ限度（Rietchel説，燃焼器具を使用しない場合）
0.2～0.5	相当不良と認められる（燃焼器具を併用する場合）
0.5以上	最も不良と認められる（燃焼器具を併用する場合）
備考	本表は，二酸化炭素そのものの有害じょ限度を示すものではなく，空気の物理・化学的性状が，二酸化炭素の増加に比例して悪化すると仮定したときのじょ限度を示すものである。

⇒「どのような意味の濃度であるのか」をしっかり確認しておきたい

一酸化炭素 CO，二酸化炭素 CO_2 共に，ヒトの健康に何らかの影響が現れてから，おおよそ 100 倍以上の濃度となった際に，重大な問題（生命の危機）が生じるようである

環境共生学部・居住環境学専攻
辻原万規彦

$\boxed{\text{補足３}}$ $\boxed{2}$に入る前に（濃度の話の前に），「変化の割合」について考えてみよう

⇒微分・積分とは？（簡単に言えば？，その意味とは？）

（変化の割合の復習，微分・積分の復習）

例えば，

・40km 離れた A 地点と B 地点を1時間で移動したときの車の速度は？

・40km/時の速度の車で1時間走ると進む距離は？

この時，速度は一定として考えているが，現実には速度は時々刻々と変わる

→速度を微分して，加速度を求める

2 空気中の物質の濃度の増減に関する基本的な考え方（定常状態）（教科書 p.90 参照）

C：室内でのある物質の濃度［m^3/m^3］

1 m^3 中にある物質が何 m^3 あるか？

Q：換気量［m^3/h］

1 時間に何 m^3 の空気が動くか？

M：室内でのある物質の発生量［m^3/h］

C_0：屋外でのある物質の濃度［m^3/m^3］

V：室の容積［m^3］

t：時間［h］

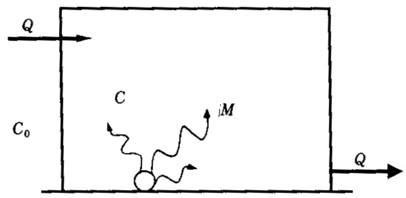


図 単室の濃度変動（出典：参考文献［1］，p.134）

室内と室外を出入りする，ある物質の量は？

〔室内に入ってくる物質の量〕＋〔室内で発生する物質の量〕＝〔室内から屋外へ出ていく物質の量〕

$$C_0 \cdot Q + M = C \cdot Q$$

変形すると，

$$C = C_0 + \frac{M}{Q} \qquad \langle 1 \rangle$$

さらに，変形すると，

$$Q = \frac{M}{C - C_0} \qquad \langle 2 \rangle$$

もしくは，

$$M = Q \cdot (C - C_0) \qquad \langle 3 \rangle$$

と表すこともできる。つまり，

〔室内での汚染質発生量〕＝〔必要換気量〕×{〔汚染質の許容濃度〕－〔外気の汚染質濃度〕}

である。

⇒室内の汚染物質の濃度を C［m^3/m^3］以下に保つためには（許容濃度以下に保つためには），

Q［m^3/h］の換気量が必要な時，この時の Q［m^3/h］を「必要換気量」という。

注)物質の濃度を測定することによって換気量を知る方法には,主に以下の2つの方法がある。
①汚染質を空間内に一定割合で人為的に連続放出し,定常状態になった時の濃度を測定する方法
②汚染質を空間内に放出し,均一な濃度分布を達成した後の濃度「変化」を測定する方法(濃度減衰を測定)
どちらにしても,人為的に汚染質(ガス状の汚染質を用いることが多い。このガスを,**トレーサーガス**と呼ぶ。)を放出して濃度を追跡して,換気量を測定するので,これらの方法を,トレーサーガス法という。トレーサーガスには,**二酸化炭素** CO_2 やエチレンを用いることが多い。

補足3 濃度の単位について

注)[m^3/m^3]のほかに,[mg/m^3]という単位を使う時もあり

%:百分率,1%は百分の一
ppm:百万分率,1ppmは百万分の一(parts par million)

1m^3中に1m^3	100%	
1m^3中に0.1m^3	10%	
1m^3中に0.01m^3	1%	
1m^3中に0.001m^3	0.1%	1000ppm
1m^3中に0.0001m^3	0.01%	100ppm
1m^3中に0.00001m^3	0.001%	10ppm
1m^3中に0.000001m^3	0.0001%	1ppm

1000ppm:二酸化炭素 CO_2 の許容濃度としてよく出てくる値。ただし,生理的な意味で人間に重大な問題(生命の危機など)が生じる濃度ではない。
→換気の目安として用いられる(換気ができているかどうかの観点からの許容濃度)

3 非定常状態での空気中の物質の濃度の増減←微分・積分を利用

再度，配付資料 p.17 の図で考える。単室で汚染質が一定の割合（M［m^3/h］）で発生し，また一定の換気（Q［m^3/h］）が行われている場合の室内平均汚染質濃度は，以下のようになる。

微小時間 dtにおける汚染質の室に対する流出入バランスを考えると，

〔外から室内に入ってくる汚染質の量〕＋〔室内での汚染質の発生量〕
－〔室内から外へ出ていく汚染質の量〕＝〔室内で増える汚染質の正味の量〕

となる。なお，定常のとき（配付資料 p.17 のとき）は，〔室内で増える汚染質の正味の量〕=0 と考えている。

これを書き直すと，次のようになる。

〔外気の汚染質濃度〕×〔換気量〕×〔微小時間〕

＋〔室内での汚染質発生量〕×〔微小時間〕

－〔室内の汚染質濃度〕×〔換気量〕×〔微小時間〕

＝〔室の容積〕×〔微小時間に上昇した室内での汚染質濃度〕

さらに，記号を用いて書き直すと，下記のような現象の変化を表す式，すなわち，濃度の変化についての微分方程式をたてることができる。

$$C_0 \cdot Q \cdot dt + M \cdot dt - C \cdot Q \cdot dt = V \cdot dC \qquad \langle 4 \rangle$$

〈4〉式から，初期条件$t = 0$で$C = C_s$として，微分方程式を解いて（配付資料 p.21 以降の**参考資料2**を参照（必ず自分で確認しておく）），

$$C = C_0 + (C_s - C_0) \cdot e^{-\frac{Q}{V}t} + \frac{M}{Q} \cdot \left(1 - e^{-\frac{Q}{V}t}\right) \qquad 〈5〉$$

ここで,

C_s：室内の初期汚染質濃度［m^3/m^3］

e: ネイピア数。自然対数の底。e ＝ 2.7182818284…（配布資料 p.21 の下に補足があるので参照）

定常状態，すなわち，$t \to \infty$（無限大）のときは，〈5〉式は下のようになる。

$$C = C_0 + \frac{M}{Q} \qquad 〈6〉$$

→つまり，教科書 p.90 の真ん中の式は，定常状態に達した時の式。

かなり精確にはなった。ただし，これでもまだ現実の現象とは大きく違う（つまり，瞬時一様拡散の仮定が入っている）。

→そのため，現実には，「空気齢」も考える必要がある。→教科書 p.90「空気齢」の欄を参照

→→図をみればわかるように，開口部の位置が変われば，汚染物質の濃度の分布も変わってしまう

【教科書の訂正】p.90「空気齢」の欄の図中

誤：汚染**室**発生点 → 正：汚染**物質**発生点

【参考文献】（順に，タイトル，編著者名，出版社，発行年月，価格，ISBN。〔〕内は熊本県立大学図書館所蔵情報）。

［1］『環境工学教科書 第二版』（環境工学教科書研究会編著，彰国社，2000 年8月，¥3,500+税，ISBN：4-395-00516-0）〔書庫（4F），525.1||Ka 56，0000275620，0000308034〕

→第三版もあり（2020 年２月，ISBN：978-4-395-32146-9）〔和書（２F），525.1||Ka 56，0000387929〕〔電子ブック，5000001065〕

参考資料2 **配付資料 p.19 から p.20 の微分方程式を解く過程（〈4〉式から〈5〉式）について）：**

微分方程式

変数xとその関数$y = y(x)$および導関数$y' \left(= \frac{dy}{dx}\right)$を含む方程式を微分方程式という。

微分方程式を満たすxの関数yをその方程式の解といい，解$y(x)$を求めることを「微分方程式を解く」という。

参考文献（〔〕内は，熊本県立大学図書館所蔵情報）

・『基礎 微分積分』（市東和夫・中田広光・八幡誠，産業図書，1999 年4月，¥2,400+税，ISBN：4-7828-9032-X）〔和書（2F），413.3||Sh 92，0000231511〕→（犬塚裕樹先生担当の数学 I（1年生前期配当）と数学 II（1年生後期配当）の教科書）

配布資料 19 ページの〈4〉式から

$$C_0 \cdot Q \cdot dt + M \cdot dt - C \cdot Q \cdot dt = V \cdot dC \qquad \text{〈4〉（再掲）}$$

を変形すれば，次式となる。

$$\frac{V}{Q} \cdot \frac{dC}{dt} = C_0 - C + \frac{M}{Q} \qquad \text{〈a〉}$$

この式を変形して

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{Q}{V} \cdot C + \frac{Q}{V} \cdot \left(C_0 + \frac{M}{Q}\right) \qquad \text{〈b〉}$$

ここで，微分方程式の教科書などより

$$\frac{dC}{dt} = a \cdot C + b \quad (a, b\text{は定数}) \qquad \text{〈c〉}$$

の時，この微分方程式を解くと，

$$C = C_1 \cdot e^{at} + C_2 \quad (C_1, C_2\text{は定数}) \qquad \text{〈d〉}$$

である。

ここで，e：ネイピア数。自然対数の底。$e = 2.7182818284\cdots$

→高校で学修していない人は，必ず自分で調べておくこと。数学 I と数学 II の教科書『基礎 微分積分』では，pp.14～16 に掲載されている（解説は，p.16）。

$$\lim_{x \to \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \ , \ \lim_{x \to 0} \left(1 + h\right)^{\frac{1}{h}} = e$$

したがって，（b）式を解くと，次式のようになる。

$$C = C_1 \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot t} + C_2 \quad (C_1, C_2 \text{は定数}) \qquad \langle e \rangle$$

初期条件は，$t = 0$の時，$C = C_s$であったので，（e）式から

$$C_s = C_1 \cdot e^0 + C_2 \qquad \langle f \rangle$$

$$\therefore \quad C_s = C_1 + C_2 \qquad \langle g \rangle$$

また，$t \to \infty$の時，$\frac{dC}{dt} = 0$（定常状態）なので，（b）より，この時の濃度をC_∞とすれば，

$$0 = -\frac{Q}{V} \cdot C_\infty + \frac{Q}{V} \cdot \left(C_0 + \frac{M}{Q}\right) \qquad \langle h \rangle$$

$$\therefore \quad C_\infty = C_0 + \frac{M}{Q} \qquad \langle i \rangle$$

となる。一方，（e）式から$t \to \infty$の時，$e^{-\frac{Q}{V} \cdot t} \to 0$となるので，

$$C_\infty = C_2 \qquad \langle j \rangle$$

となる。よって，（i）式と（j）式から

$$C_\infty = C_2 = C_0 + \frac{M}{Q} \qquad \langle k \rangle$$

よって，（g）式と（k）式から

$$C_1 = C_s - C_2 = C_s - \left(C_0 + \frac{M}{Q}\right) \qquad \langle l \rangle$$

となる。

したがって，（e）式，（k）式，（l）式から，

$$C = \left\{C_s - \left(C_0 + \frac{M}{Q}\right)\right\} \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot t} + C_0 + \frac{M}{Q} \qquad \langle m \rangle$$

となり，これを変形して，微分方程式（a）式を解いた結果，次式となる。

$$C = C_0 + (C_s - C_0) \cdot e^{-\frac{Q}{V} \cdot t} + \frac{M}{Q} \cdot \left(1 - e^{-\frac{Q}{V} \cdot t}\right) \qquad \langle 2 \rangle \text{（再掲）}$$

参考資料3 **微分方程式を解くということについて，ほか：**

参考文献（〔〕内は，熊本県立大学図書館所蔵情報）

［1］『数学の風景が見える 微分・積分の意味がわかる』（野崎昭宏・何森仁・伊藤潤一・小沢健一，ベレ出版，2000年9月，￥1,400+税，ISBN：4-939076-49-0）〔和書（2F），413.3||N 98，0000295626〕

［2］『図説 やさしい建築数学』（今村仁美・大谷一翔，学芸出版社，2011 年7月，￥2,700+税，ISBN：978-4-7615-2514-9）〔シラバス環境（3F），520.7||I 44，0000343755〕〔電子ブック，5000000425〕

［3］『事例で学ぶ 工業数学の基礎』（相良紘，日刊工業新聞社，2001 年 10 月，￥2,000+税，ISBN：4-526-04821-6）〔和書（2F），501.1||Sa 16，0000295627〕

［4］『ブルーバックス B-1003 マンガ 微積分入門』（岡部恒治，1994 年2月，講談社，￥980+税，ISBN：4-06-257003-3）〔書庫（4F），413.3||O 37，0000175502〕

［5］『図解雑学 マンガでわかる微分・積分』（大谷隆一，ナツメ社，2003 年1月，￥1,000+税，ISBN：4-8163-3008-9）〔和書（2F），413.3||O 84，0000295628〕

［6］『サイエンス・アイ新書 047 マンガでわかる微分積分』（メダカカレッジ監修，石山たいら・大上丈彦，ソフトバンク クリエイティブ，2007 年 12 月，￥952+税，ISBN：978-4-7973-4250-5）〔和書（2F），413.3||I 83，0000316201〕

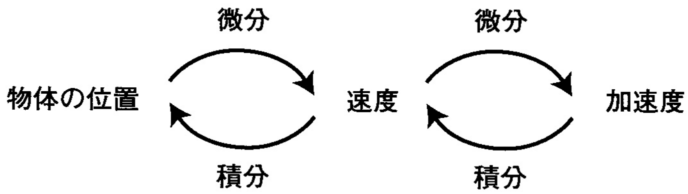


図 物体の位置と加速度の関係（出典：参考文献［1］，p.13）

→次ページ以降も，出典は，参考文献［1］。必ず自分で確認しておく。

01 ボールは落ちる

ニュートンはその著作「プリンキピア」によって、それ以前のガリレイやフック等による科学的知識を集大成した、という人がいるが、これは適切なとらえ方と言えない。集大成ではなく新しい体系の創出であった。

運動について言えば、次の3つの法則を大前提にして、ガリレイやケプラー等の経験的な法則を導くことができる（31ページ参照）。

（第1法則）物体に力が働いていなければ、その物体は一直線上を同じ速さで動き続ける。

（第2法則）物体の運動に際して、その質量 m と、ある時刻における加速度 α との積は、その時刻に働いている力 f に等しい。
つまり　$f = m\alpha$
なお一般的には力と加速度はベクトルで、$\vec{f} = m\vec{\alpha}$ と表される。

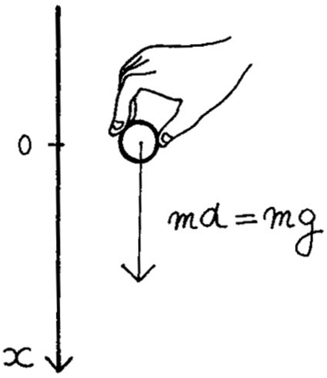
（第3法則）作用と反作用は大きさが等しく、方向が逆である。

第1法則は「慣性の法則」といわれ、第3法則は「作用反作用の法則」とよばれている。第1法則は第2法則の特殊な場合で、第3法則は力そのもののあり方を述べているとみることができる。したがって、運動の法則といえば、第2法則を指すと思ってよい。

さて、地球上でボールをそっと落とす場合を考えよう。

ボールに働く重力の強さ f は、ボールの質量のみに比例すると考えてよいから、比例定数を g とすると $f=mg$ であり、第2法則から $\alpha=g$、つまり

$$\alpha=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=g \qquad (*)$$



と書ける。これを、運動方程式（もっと一般的には微分方程式）といい、この式から v や x を求めることを、運動方程式（あるいは微分方程式）を解くという。

（＊）を解くには、両辺を積分して

$$v=\frac{dx}{dt}=gt+v_0$$

これをさらに積分して

$$x=\frac{1}{2}gt^2+v_0t+x_0$$

とすればよい。

ボールを離す瞬間を $t=0$ とし、そのときの高さを原点にすれば（このような条件を初期条件という）、$v_0=0,\ x_0=0$であるから

$$x=\frac{1}{2}gt^2$$

となる。つまり、ガリレイの発見した式が導けてしまう。

〈補足〉 g は重力の加速度で、地表では約9.8（m/sec^2）である。

なおニュートン以前の「運動量の法則」

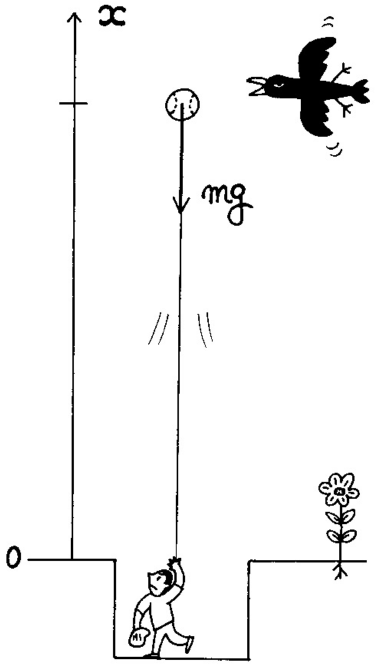
質量×速度の変化＝力×時間

は、平均的・近似的にしか成り立たないので、微分・積分の考えを取り入れないと、このように「微分方程式をたてて、それを解く」という方法にはつながらない。

159

02 ボールを投げる

ボールを、真上に投げることを考えよう。今度は上方向をプラス、下方向をマイナスと考える。すると、投げあげられたボールには、下向きに重力が働く。その大きさは $m \times g$ で、符号はマイナスだから、ボールに働く力 f は $f=-mg$ で表される。ニュートン力学の第2法則 $f=m\alpha$ から(あるいは g が重力のひきおこす「加速度」であることから)、次の等式が成り立つ。



$$\alpha=\frac{d^2x}{dt^2}=-g \qquad (※)$$

これを解いて x(ボールの位置) を t(投げてからの時間) で表わしてみよう。

まず、※の両辺を t で積分すると

$$\frac{dx}{dt}=-gt+v_0$$

v_0 ── 初速(一定)

もう一度積分すると

$$x=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+x_0$$

x_0 ── 最初の位置

となる。投げた位置を基準にすると、$x_0=0$ だから

$$x=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

となる。

160

松坂投手が、ボールを初速150km/時で真上に投げたとする。

150km/時＝$\frac{150000}{3600}$ m/秒≒42m/秒で、g＝9.8m/秒²だから
$x=-4.9t^2+42t$ 　となる。

（1）何秒後に落ちてくるだろう？

$x=0$ になる、t を求める $-4.9t^2+42t=0$ より

$t(4.9t-42)=0$より　$t=\frac{42}{4.9}\fallingdotseq 8.6$

8.6秒後となる。

（2）最高点は何メートルの高さだろう？

上りと、下りの時間は同じだから　$t=\frac{8.6}{2}=4.3$のときが最高点、
よって $-4.9\times(4.3)^2+42\times4.3=89.999\fallingdotseq 90$メートル

なんと、90メートルまでいくのだ。もっとも空気抵抗なしとして。

〈**補足**〉ガリレイの法則だけでなく、ケプラーの法則もニュートン力学の3法則（と万有引力の法則）から導かれる――と言っても、「すでに知られている法則を導いただけじゃないか」と思う人たちもいる。しかしガリレイもケプラーも、過去の観測から、経験的に彼らの法則を導き出した。だから新しい問題についてきかれると、「では実験してみましょう」というほかない。ボールを投げあげるくらいなら何百回かやってみるのも悪くない。しかしロケットの打ち上げなどでは、そう何回もやってみるわけにはいかない。ニュートンの方法なら、ボールを1回も投げあげずに、理論的に上の結果を導くことができる。これが理論の強みである！

161

環境共生学部・居住環境学専攻
辻原万規彦

復習プリント

学年：______ 学籍番号：____________ 名前：____________________________

今日の講義の内容を，自分なりに，整理してください。まとめてください。

建築環境工学 II（第2回目）［金曜日・08:40〜10:10・中講義室2］

2024.10.04

環境共生学部・居住環境学専攻
辻原万規彦

学年：＿＿＿ 学籍番号：＿＿＿＿＿＿ 名前：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

【演習問題】単位に注意して，下記の問いに答えよ。

（1）400m^2 の集会室（天井高3m）に 300 人が在室しているときの CO_2 濃度に基づく必要換気量と換気回数を求めよ。ただし，CO_2 の発生量を一人当たり 0.017m^3/h とし，室内の CO_2 濃度の許容量を 0.1%，外気の CO_2 濃度を 0.04%とする。

（2）40m^2 の事務室（天井高 2.7m）に5人が在室しているときの酸素濃度に基づく必要換気量と換気回数を求めよ。ただし，軽作業時における酸素消費量は一人当たり 0.015m^3/h とし，室内の酸素濃度の許容量を 18%，外気の酸素濃度を 21%とする。

（3）たばこを1時間に2本吸う場合，室内の浮遊粉じん量を 0.15mg/m^3 にするために必要な換気量を求めよ。ただし，たばこ1本当たりの発生粉じん量は 10mg，外気の浮遊粉じん量は，0.05mg/m^3 とする。

（4）室内の水蒸気発生量が 0.6kg/h のとき，室内空気の絶対湿度を 0.010kg/kg(DA)に保つために必要な換気量を求めよ。ただし，室内の水蒸気は直ちに室全体に一様に拡散するものとし，外気の絶対湿度を 0.005kg/kg(DA)，空気の密度を 1.2kg(DA)/m^3 とする。